

# A matematikai kulcskompetencia fejlesztésének lehetőségei a környezeti nevelés területén

Nahalka István

## *Tartalom*

Háttér .....	2
Területek.....	5
Kidolgozott példák .....	11
1. modul. Az ingatlanügynök .....	12
2. modul: Amerikai mértékegységek.....	19
3. modul: Natura 2000.....	22
Hivatkozott szakirodalom.....	29

## Háttér

Tanulmányosorozatunk bevezető írása („A kulcskompetenciák környezeti nevelés területén történő fejlesztésének pedagógiai kérdései”) tisztázta, hogy ebben a munkában miképpen értelmezzük a környezeti nevelés (pontosabban a fenntarthatóság pedagógiája), valamint a kompetenciák és kulcskompetenciák fogalmait. A jelen tanulmány a környezeti nevelésnek a matematikai kulcskompetencia fejlesztésében betöltött szerepével foglalkozik, ezért indokolt, hogy röviden leírjuk, milyen elgondolások keretei között foglalkozunk a matematikai kulcskompetenciával.

Természetesen nem kell feltalálnunk a spanyolviaszt, hiszen az eredeti, az Európai Bizottság által elfogadott szövegben, és annak viszonylag szöveghűen megfelelő, a magyar Nemzeti alaptantervben (NAT) található megfogalmazásából kell kiindulnunk. A szöveg nem hosszú, érdemes teljes egészében idézni:

A matematikai kompetencia a matematikai gondolkodás fejlesztésének és alkalmazásának képessége, felkészítve ezzel az egyént a mindennapok problémáinak megoldására is. A kompetenciában és annak alakulásában a folyamatok és a tevékenységek éppúgy fontosak, mint az ismeretek. A matematikai kompetencia – eltérő mértékben – felöleli a matematikai gondolkodásmódhoz kapcsolódó képességek alakulását, használatát, a matematikai modellek alkalmazását (képletek, modellek, struktúrák, grafikonok/táblázatok), valamint a törekvést ezek alkalmazására.

### *Szükséges ismeretek, képességek, attitűdök*

A matematika terén szükséges ismeretek magukban foglalják a számok, mértékek és struktúrák, az alapműveletek és alapvető matematikai reprezentációk fejlődő ismeretét, a matematikai fogalmak, összefüggések és koncepciók és azon kérdések megértését, amelyekre a matematika választ adhat.

A matematikai kompetencia birtokában az egyén rendelkezik azzal a képességgel, hogy alkalmazni tudja az alapvető matematikai elveket és folyamatokat az ismeretszerzésben és a problémák megoldásában, a mindennapokban, otthon és a munkahelyen. Követni és értékelni tudja az érvek láncolatát, matematikai úton képes indokolni az eredményeket, megérti a matematikai bizonyítást, a matematika nyelvén kommunikál, valamint alkalmazza a megfelelő segédeszközöket.

A matematika terén a pozitív attitűd az igazság tiszteletén és azon a törekvésen alapszik, hogy a dolgok logikus okát és érvényességét keressük. (243/2003. (XII. 17.) Korm. rendelet a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról, 9. o.)

Ez a meglehetősen „tömör” szöveg tartalmazza azokat a lényeges elemeket, amelyek egy kompetenciafejlesztő jellegű matematikaoktatás jellemzőit adják. Bár veszélyes eljárás, mégis megkíséreljük ezeket kiemelni (az egyébként is „tömör” szövegből egy még „tömörebb” felsorolást készíteni), azért, mert utána a környezeti nevelésnek a matematikai kompetencia fejlesztésében betöltött szerepét éppen e pontok felhasználásával szeretnénk bemutatni. Felfogásunk szerint itt elsősorban a következő fő jellegzetességekről van szó: a matematikát kulcskompetenciaként kezelő pedagógiában

- kiemelt szerepet kap, hogy a matematikai tudás (a szót a lehető legszélesebb értelemben használva) elsajátítása úgy történjék, hogy ez a tudás a mindennapokban jól **alkalmazható legyen**,
- a matematika tudás foglalja magába matematikai **modellek** felállításának, működtetésének a képességeit is, méghozzá kiemelt szerepben,
- ne csak egy sajátos matematikai gondolkodás elsajátítását nyújtsa, hanem ezen keresztül általában fejlessze a **logikus gondolkodást**, a gondolkodás fegyelmét, az emberi tudás természetének megértését.

A matematikai tudás mindennapi kontextusokban való elsajátítása, ami az alkalmazhatóság, s így a kompetenciafejlesztés legfőbb feltételének tűnik, a matematika oktatás kutatásának viszonylag régi témája. Nem ma fedeztük fel a kontextus fontosságát. Már a reformpedagógiai törekvésekben is fontos szerepet kap, hogy a tanulók a valós élethez kapcsolódó szituációkban kerüljenek kapcsolatba a tanulnivalóval (Németh 1996). A konstruktivista pedagógia pedig szinte evidens értelmezését adja a kontextus tanulásban játszott szerepének: ha a tanulás nem más, mint a meglévő tudás segítségével új tudás konstruálása, s így döntő kérdés, hogy milyen meglévő tudás (prior knowledge) áll rendelkezésre ehhez a konstrukcióhoz, akkor világos, hogy a tanulás elsősorban olyan kontextusok alkalmazása esetén lehet sikeres, hatékony, amelyekben a tanulónak számottevő, jól szervezett tudása van (Nahalka 2002). A környezeti nevelés témái, tevékenységei ezért jó kontextust jelenthetnek a tanulók számára, mert

- a környezeti témák jelen vannak a mindennapokban, a tanulók ezekről sokat hallanak, a tapasztalatok szerint érdeklik is őket, számíthatunk rá, hogy ezekben van egy jelentősebb, sok területen jól szervezett tudásuk,
- a környezeti problémák, kérdésfelvetések komplexitásának mértéke általában jelentős, a matematikai „feladatok” (résztevékenységek) szervesen illeszkednek egy átfogó problémamegoldásba, ami biztosítja, hogy a tevékenységben rejlő matematika tanulás egy gazdag előzetes tudásrendszer bázisán menjen végbe.

A valós életből vett problémák, helyzetek azonban nem minden meggondolás nélkül, nem problémamentesen nyújthatják a megfelelő tanulási környezetet a matematikai tudáskonstrukció számára. Számos kutató (ld pl. Lave 1988, Boaler 1993) hívja fel a figyelmet arra, hogy a valós kontextusú feladatok kitzúzése során a matematikatanításban gyakran csak annyi történik, hogy a feladatok úgymond életből vett témája eltakarja, hogy valójában ugyanolyan életidegen feladatmegoldó rutinról van szó, mint a feladatgyűjtemények minden „életszagtól” mentes feladata esetén. A szerző gyerekkorából véve a példát: a városi gyerekek számára a „Hány nap alatt szántja fel nyolc traktor a földet, ha három traktor...” jellegű feladatok megoldása ugyanolyan idegen, tankönyv ízű, iskolás feladat volt, mint egy „meztelen” (szöveg nélküli) egyenlet megoldása. A valós kontextus nem attól lesz jó segítője a matematikai tudás

elsajátításának, mert felnőttek, a tanár, a feladatgyűjtemény írója számára élet közele a feladat témája, hanem azért (ha teljesül), mert a feladat megoldója tud mozgósítani a fejében meghatározó mennyiségű és minőségű tudást az új tudás konstrukciójához. Sokáig, sokan hitték a szakemberek közül is, hogy absztrakt módon megtanulható a tudás transzfere, elég csak sokszor gyakorolni a valós élethelyzetekben való alkalmazást, s akkor ez az absztrakt művelet is elsajátítható. Kiderült, hogy az ilyen gyakorlások is csak bemagolt tudáshoz vezetnek a legtöbb esetben, és hogy a kontextus nem pusztán egy passzív körülmény a feladatmegoldáshoz, hanem szituációról szituációra változhat az alkalmazott matematikai eljárás, még ha elvileg ugyanazt kellene is csinálni. Vagyis a kontextus a matematikai problémamegoldásnak, így a matematikai tudás konstrukciójának is sokkal inkább élő, az eredményt alapvetően befolyásoló része (Lave 1988).

Az életteli helyzetek alkalmazása a tanulási folyamatban azért lett oly közkedvelt, sőt, elvárt megoldás, mert azt remélték tőle, hogy megkönnyíti az egyébként rendkívül absztrakt matematikai ismeretek, összefüggések, műveletek, tevékenységek elsajátítását. Ez idáig még rendben is volna, mint már írtuk: a jól ismert kontextusok megfelelő előzetes tudást biztosítanak a tudáskonstrukcióhoz. Ám ha a tanulás megmarad ezen a szinten, az adott matematikai ismeret (stb.) egy vagy csak néhány kontextushoz kötődik, akkor a transzfer lehetetlen, vagy teljes mértékben esetleges lesz. „Nem ússzuk meg”, hogy a matematikát megtanítsuk a maga elvontságában. A transzfer, ha már gond nélkül megvalósul, nem azért működik, mert a tanuló megtanulta, hogy az egyik konkrét szituációban elsajátítottakat hogyan vigye át egy új szituációba (ezt nem igazán lehet megtanulni), hanem azért működik, mert a tanulóban megkonstruálódott egy elvont fogalom, fogalomrendszer, összefüggés, elmélet, amely alkalmazható az új szituációban.

Mindez számunkra azt jelenti, hogy ha környezeti neveléshez köthető tevékenységeket ajánlunk – s hamarosan ezt tesszük – a matematikai kompetencia fejlesztésére, akkor az a tanuláshoz csak egy része. Ha sikeresen befejeztünk egy projektet, amelyben egy környezeti nevelési témát dolgoztunk fel, és közben a tanulóknak önálló tanulással kellett elsajátítaniuk valamilyen matematikai ismeretet, műveletet, módszert, stb., akkor az még nem jelenti azt, hogy az adott matematikai tudáselemek a matematikai kompetencia kialakulásának megfelelő szinten, annak megfelelő absztraktsággal, vagyis új szituációkban is alkalmazható módon vannak jelen. Ez a tanulási szakasz még ilyenkor hátravan (és lehet, hogy hosszú időt igényel még, bár az is lehet adott esetben, hogy már maga a projekt is elvégezte a feladatot).

A valós problémák tanulási környezetként való használata tehát fontos előfeltétel, de valódi kompetenciafejlesztés csak akkor lesz belőle, ha a tanulók megértik az elvont matematikai tartalmakat is. Így a környezeti témák matematikai kompetenciafejlesztéshez való hozzájárulása csak egy része a teljes feladatnak, de fontos része. A tanulók a valós problémákkal, életteli helyzetekkel szembesülve sajátíthatják el azt a tudást,

- hogy a valós probléma és a matematikai megoldás nem teljes mértékben azonosítható,
- hogy itt „csak” modellezésről van szó, s mivel modellek, így többes számban lehetségesek, ezért a problémáknak általában nem csak egy megoldásuk van,
- hogy egy matematikai modell nyújthat „teljesen rossz”, vagyis nem adaptív megoldást is, ami újabb modellek keresésére sarkallhat bennünket,
- hogy mivel itt választásról, modellépítésről van szó, ezért nagy jelentősége van a lehetőségek, alternatívák kipróbálásának, a másokkal való együttműködésnek, a probléma megvitatásának, értelmezésének, vagyis annak, hogy a nem matematikai

problémából előbb csináljunk – legalább egy – matematikai feladatot, majd azt megoldva megvizsgáljuk, megvitassuk annak sikerességét.

Vagyis azt kell mondanunk, hogy a környezeti nevelési témáknak, problémafelvetéseknek, a fenntarthatóság pedagógiájában megjelenő tartalmaknak jelentős lehet a szerepük a matematikai kompetencia fejlesztésében, de csak akkor, ha megfelelően adaptív képünk, és ennek megfelelő gyakorlatunk van magának a matematikai tudásnak a formálására.

Egyet azonban megígérhetünk: a környezeti nevelés matematikai kompetenciafejlesztésben játszott szerepére vonatkozó megoldásaink, ajánlásaink, ötleteink, példáink között legfeljebb mutatóba lesz olyan, amely zárt végű, egyetlen kimenetet engedő, valamilyen jól ismert összefüggés mechanikus, tehát jól begyakorolható alkalmazását igénylő feladat lenne. Komplex, matematikai modellalkotást igénylő, valós élethelyzetben adódó problémákat igyekeztünk keresni és leírni.

## Területek

Az alábbiakban, bár nem törekedhetünk természetesen a teljességre, de megkísérlünk egy meglehetősen széles „tematikai” ajánlatot adni arra, hol kapcsolódhat be a matematikai kompetenciafejlesztésbe a környezeti nevelés. Az egyes részterületeket néhány mondattal jellemezzük, de természetesen a terjedelmi korlátok nem teszik lehetővé, hogy az „azonnali alkalmazhatóság szintjéig” kifejtsük e témákat. Ezt csak néhány példa esetén tesszük meg a tanulmány harmadik részében. Vagyis az itteni leírás alapján még nem lehet megtervezni és megszervezni a tanítást erőfeszítések nélkül, inkább tankönyvszerzők, különösen oktatási programcsomagokat fejlesztők, és persze ilyesmivel szívesen foglalatосkodó, a részletek kimunkálását is vállaló pedagógusok számára írjuk le az egyes tevékenységeket.

Előre bocsátjuk, hogy az általunk itt leírandó tevékenységek, ötletek megvalósításához általában számítógép(ek)re van szükség. Információszerzésre, ötletek gyűjtésére, számítások végzésére (így pl. az Excel programra több esetben is szükség lehet), mérésekre, ábrázolásokra (pl. függvényábrázolás), adatok kezelésére használhatjuk elsősorban a számítógépeket. Azt reméljük, hogy ez a megoldás a középfokú oktatásban ma már alig-alig szűkíti az általunk leírtak alkalmazhatóságát.

## Számítások

Természetesen számtalan lehetőség kínálkozik környezeti témákban összetett számítások végzésére. Az ilyen feladatok esetén – különösen, ha középfokról van szó – nem magukon a számítási műveleteken van a hangsúly. Nem állítjuk persze, hogy minden tanuló kiválóan végzi el az aritmetikai műveleteket, és még csak azt sem, hogy a számológépet, vagy az Excel programot minden gond nélkül használják, ám a számításokat igénylő feladatok esetén



érdemes elsősorban az adatok megszerzésére, az adatkezelésre, a becslésre, az adatok és az eredmények interpretálására, az érdemi következtetések levonására koncentrálni, mert valójában ez szolgálja, hogy a tanulók a valós élethelyzetekben alkalmazni tudják matematikai tudásukat. Felsorolunk néhány ide sorolható problémát, feladatot.

- Becsüljük meg, mekkora környezeti terheléssel, konkrétan szén-dioxid kibocsátással jár 1 kg banán Budapestre szállítása mondjuk Venezuelából, valamint 1 kg-nyi dinnye szállítása egy heves megyei községből, vagy egy szabolcs-szatmár-bereg megyei helységről szállítva 1 kg almát mennyi ez a terhelés! Természetesen hasonlítsuk össze a kapott értékeket, és vonjunk le lehetséges következtetéseket! A feladat megoldásához szükséges adatokat a tanulóknak kell megkeresniük, vagy becsléseket alkalmazni ezekre (a becslések, a „saccolások” vitathatók). Természetesen a tanár segíthet, és jó is, ha maga előbb megoldja a feladatot, de persze a tanulóktól nem pontosan azt a megoldást kell elvárnia. Vegyük figyelembe, hogy a szállítási útvonal tekintetében alternatívák lehetségesek.
- Reális lehetőség-e ma Magyarországon egy családi ház meleg víz ellátását biztosítani napkollektorral? Hazánkban számos család szembekerült már ezzel a kérdéssel. Voltak, akik végül igennel válaszoltak, és esetleg el is végezték a beruházást, míg sok család úgy döntött, hogy lemond erről a lehetőségről. Mitől függ vajon a döntés? Egy modellszituációban, vagy csoportokban dolgozva több szituációra vizsgáljuk meg a lehetőségeket. A feladat megoldása alapvetően számításokat igényel, de közben tisztázni kell fogalmakat, technikai megoldásokat, alternatívákat, árakat, és még sok mindent. A döntés nem egyértelmű szinte soha, függ attól, hogy a család hogyan viszonyul a környezet károsításához, mennyi pénzt tud mozgósítani, hogyan viszonyul egy hosszabb idő alatt megtérülő beruházáshoz, stb. A feladat megoldásához internetes kapcsolattal rendelkező számítógépre van szükség (ha csoportokban dolgoznak a tanulók, akkor csoportonként egyre).
- Nem írjuk le részletesen, hiszen nagyszerű kiadványok állnak rendelkezésre, csak említjük az ökológiai lábnyom számítást.

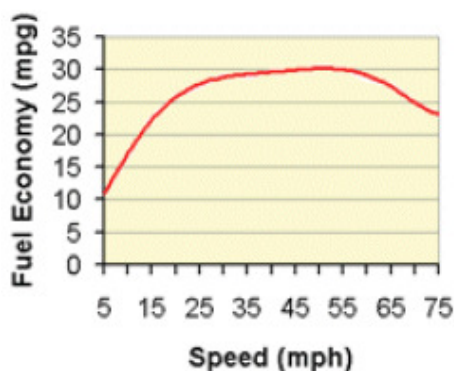
### *Függvényekkel való foglalatzkodás*

A tanulók számára igencsak nehéz átlátni, hogy vajon az iskolában miért foglalkozunk annyit a függvényekkel a matematika órákon. Itt életteli szituációkat kreálni az átlagnál is nehezebb. A környezeti nevelés azonban kínál néhány lehetőséget, elsősorban bizonyos folyamatok eredményeinek előrejelzésével, ökológiai folyamatok modellezésével. Természetesen nem állítjuk, hogy minden tanuló számára egy csapásra életközeli, s így jól érthető lesz minden, ha környezeti jellegű témákat vetünk be a függvényekkel való ismerkedés során. De az osztályban lehetnek olyanok, akik így jutnak közel a megértéshez, míg mások számára – például érdeklődés alapú csoportokat szervezve – esetleg egészen más területekről hozzuk a problémákat.

- Hogyan alakul vajon a jövőben a Földön élő emberek száma? Bár lehet találni olyan forrásokat, amelyek részletesen foglalkoznak az emberi populáció létszámának matematikai modellezésével, de itt kérjük a tanulókat arra, hogy maguk, illetve csoportban munkálkodva dolgozzanak ki alternatívákat. Függvényeket kell keresni, amelyek a szintén a tanulók által megkeresett adatokhoz jól illeszthetők. A

legegyszerűbb egy exponenciális jellegű függvény illesztése (a tanulóknak kell azt is kitalálniuk, hogy mit jelent ez az illesztés, és hogyan végezhető). E megoldás abszurd voltát mutassák ki maguk a tanulók (mikor jut már csak 1 m<sup>2</sup> terület a szárazföldön egy embernek). A logisztikus görbe (mi az, mi a képlete...) a reális modell. De vajon milyen értékhez közelít majd a létszámunk? Az ismert adatokból vajon lehet erre következtetni? Milyen biztonsággal? Egyáltalán, egy ilyen modell megbízhatósága hogyan értékelhető?

- Az előző pontban leírthoz hasonló, de a rendelkezésre álló források véges volta miatt más megfontolásokat igényel bizonyos ásványi anyagok kitermelési adatainak előrejelzése. Különösen a szén, az ásványi olaj, a földgáz és a vas esete lehet érdekes.
- Értelmezzük az alábbi ábrát, amely egy adott gépkocsi esetén a gépkocsi sebessége és a fogyasztása közötti összefüggést mutatja! Természetesen ezt is a tanulóknak kell „kitalálniuk”. A mpg (vagy MPG) mértékegységről az egyik kidolgozott tevékenységben még lesz szó (miles per gallon, vagyis a gépkocsi hány mérföldet tesz meg 1 gallon üzemanyaggal). Milyen függvényekkel lehetne jól közelíteni a fogyasztás és a sebesség közötti összefüggést? Ez a feladat jól alkalmazható pl. a másodfokú függvények és ábrázolásuk tanítása során. Ne felejtjük el megbeszélni a tanulókkal, hogy miért fontos a görbe „leszálló ága” a nagyobb sebességeknél. Adják meg a tanulók a függvény képletét az „amerikai mértékegységek” használatával is, de írják fel km/s sebesség-, és liter/100 km fogyasztás mértékegységekkel is, illetve ez utóbbi esetben a grafikont is rajzolják meg.



Forrás: US Department of Energy 2010, 28. o.

### Statisztika, valószínűség

A környezet állapotát leíró adataink időpontokhoz, konkrét helyekhez kötődnek, statisztikai jellegűek. Vagy azért, mert mérési bizonytalanságok rejlenek bennük, vagy pedig azért, mert csak mintavétel alapján igyekszünk átfogó folyamatokról, vagy folytonos jelenségekről állításokat megfogalmazni. Vagyis a környezettudományban a statisztikának, s így a valószínűségszámítás módszereinek fontos a szerepe. A középfokú oktatásban természetesen meglehetősen elemi statisztikai és valószínűségszámítási ismeretek kerülhetnek csak szóba. Statisztikai adatokkal foglalkozni, ha a cél valóban csak annyi, hogy kiszámítsunk bizonyos közepeket, szóródásokat, s hasonló jellemzők értékeit, meglehetősen unalmas foglalatosság, ne csodálkozzunk, ha a tanulók erre való motiválása majdnem lehetetlen. Éppen ezért itt igyekszünk érdekesebb, a tanulók figyelmét (talán) megragadó példákat adni, így például egy

projekt ötletét osztjuk meg a tisztelt olvasóval, vagy egy olyan vita megszervezésének lehetőségét írjuk le, amely ha nem is mindenkinek, de várhatóan a tanulók többségének érdeklődését felkelti.

- Keressünk partner iskolákat a következő kérdés megválaszolásához: mitől függ vajon, hogy miképpen alakul egy településen a légszennyeződés. Ma Magyarországon négy város meteorológiai adatai állnak rendelkezésünkre sok évre visszamenőleg (110 év): Budapest, Debrecen, Szeged, Szombathely. Az adatok a

[http://www.met.hu/eghajlat/eghajlati\\_adatsorok/](http://www.met.hu/eghajlat/eghajlati_adatsorok/)

webhelyen található. A légszennyezési adatok is elérhetők az Interneten (azok már sokkal több helyre vonatkozóan, a következő web-lapon:

<http://www.kvvm.hu/olm/index.php>.

A projektben, ami akár egy egész éves tevékenység is lehet, számos megfontolásra van szükség, amit a web2 lehetőségek kihasználásával az iskolák résztvevő diákjainak közösen kell megoldaniuk. E projektben az együttműködés, a közös munka szervezése nehézségeinek a megoldása is érdekes feladat (lehet, hogy több tanuló azzal kapcsolódik be a munkába, hogy „web2 szakértő” lesz). A légszennyezettséget természetesen rendkívül sok tényező befolyásolhatja, és szükség lesz az e tényezők (pl. időjárás, közlekedés) adatrendszerének statisztikai feldolgozására. Arra igen kicsi az esély, hogy a tanulók eljussanak magasabb szintű statisztikai számításokig (regresszióelemzés), de az átlagok, a mediánok, a móduszok, a szóródás mértékeinek figyelembe vétele egy egyszerűbb megközelítést választva már érdekes következtetésekre adhat lehetőséget.

- A másik ötlet az előzőtől merőben eltérő, inkább „filozófiai” jellegű. Vessük fel a kérdést, hogy vajon mennyi annak a valószínűsége, hogy az elkövetkező 200 évben az emberiség kihal a Földön. Természetesen itt nem elsősorban számításról van szó, nem egy konkrét valószínűségérték kiokumlására a feladat. Sokkal fontosabb, hogy a tanulók egyrészt az emberiség bioszférabeli helyzetével, hatásával, másrészt pedig a jövőben bekövetkező események valószínűségével kapcsolatos elképzeléseiket megosszák egymással.
- Az iskola vagy az otthon energiafogyasztásának felmérése szintén mintavétellel, statisztikai adatok felvételével kapcsolatos feladat.
- Az iskola tanulóinak, vagy más elérhető kör véleményének, attitűdjeinek, vagy szokásainak a felmérése valamilyen környezeti kérdésben kérdőívek, vagy/és interjúk segítségével. A kutatás különböző méretű lehet, egy nagyobb projekt keretében akár több iskola összefogásával is megvalósulhat a felmérés.
- Egy város több iskolája is részt vehet abban a projektben, amely a város élővilágának felmérését szolgálja. Statisztikai adatok kezelésére ez esetben is szükség lesz.
- Gyakran fordul elő, hogy statisztikai számításokra azért van szükség, mert valamilyen kísérlet eredményeinek a megállapításához van szükségünk adatok elemzésére. Egy példa: csináljunk iskolakertet, tanulmányozzuk az öntözési szükségletet, tervezzük meg és kivitelezük az öntözést. Az ötlet forrása: Clarkson 2010.



## Geometria

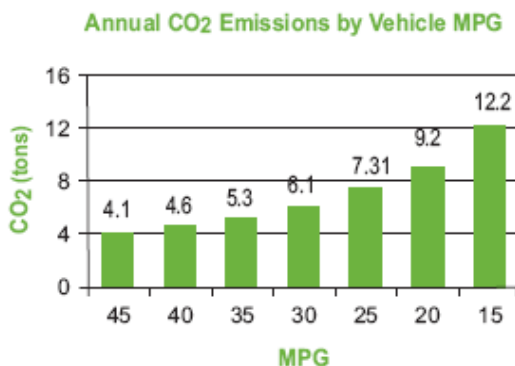
Felületen, térben zajló folyamatok esetén válhat szükségessé egyes problémák megoldása során, hogy a matematikai ismeretek közül a geometriai jellegűek jussanak szerephez. Ilyet majd a részletesebben kidolgozott ötletek között is mutatunk. Egyébként erre a típusra a többihez viszonyítva jóval nehezebb példát említeni.

- Térképek készítése során a geometriai ismeretek alkalmazása.
- A természetben tapasztalható szimmetriák vizsgálata. A szimmetriák keletkezése okainak elemzése. Vajon miért olyan gyakoriak a szimmetriák? Az Interneten található források segítségével készíthetünk honlapot a témáról, vagy tablót, akár hosszabb mestermunka témája is lehet az élővilágban található szimmetriák vizsgálata. Érdekes nagyobb csoporttal félbehajtott papírlap közepére tintát öntve, majd összenyomva a papírt, újra kinyitva elképzeltetni a tanulókkal, hogy milyen alakzatra emlékezteti őket, majd egy gyors statisztikát csinálni arról, hogy a csoportban hány élőlény, illetve hány nem élő dolog szerepelt.
- Foglalkozás a fraktálokkal. A fraktálok nagyszerű bizonyítékát nyújtják annak, hogy egy-egy, amúgy rendkívül összetett természeti jelenség mögött a lényegyet tekintve egészen egyszerű összefüggések is lehetnek. A fraktálokkal való foglalkozás egészen különböző szintjeit valósíthatjuk meg az oktatásban középfokon. Egy fraktál megismerésétől indulva hosszú és sokféle feladattal tarkított projekteket is szervezhetünk. A fraktálok alkalmasak a komplex számok fogalmának bevezetésére is, bár természetesen ez a kifejezetten matematika iránt érdeklődő tanulók esetén jöhet szóba.

## Grafikonok

A környezet leírása, állapotok, folyamatok jelzése nagyon gyakran történik grafikonok segítségével. A környezeti nevelés számtalan példát szolgáltat a matematika számára környezeti grafikonok alkalmazására. Sokféle feladat szóba jöhet, így elsősorban: grafikonok készítése, grafikonok értelmezése, adatok leolvasása, összefüggések alátámasztása grafikonok segítségével, grafikonok „tovább rajzolása” valamilyen magyarázat érdekében, stb.

- Személygépkocsi szén-dioxid kibocsátása függ természetesen a jármű fogyasztásától. Érdekes azonban, hogy ez nem lineáris összefüggés. A következő ábra mutatja, hogy milyen:



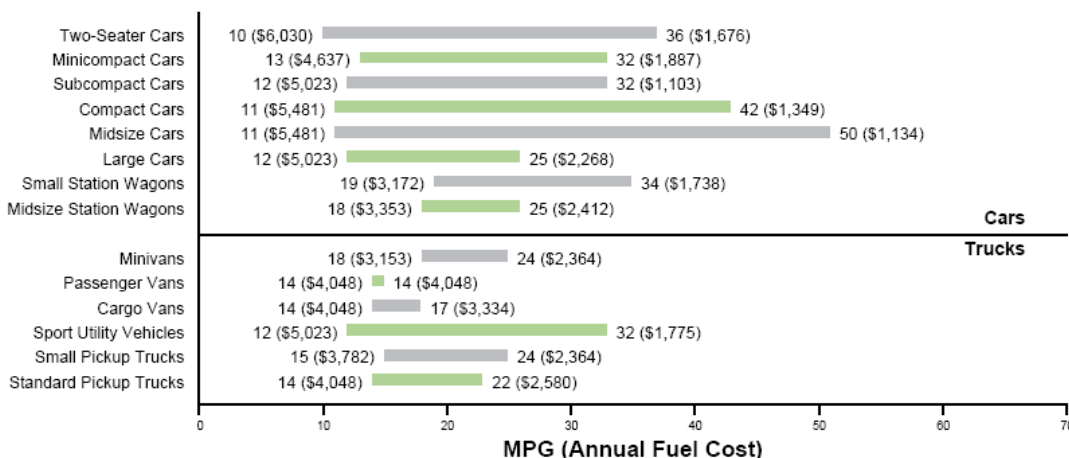
(Forrás: US Department of Energy 2010, 3. o.)

Az MPG mértékegység értelmezése már szerepelt korábban, és még szerepel majd egy kidolgozott feladatban is. E grafikon elemzése során tulajdonképpen az értelmezést, a fő következtetések levonását kérhetjük a tanulóktól.

- Szintén az értelmezés lehet az elsődleges feladat a következő példában. Ehhez a következő könyvrészlet tartozik:

### FUEL ECONOMY AND ANNUAL FUEL COST RANGES FOR VEHICLE CLASSES

The graph below provides the fuel economy and annual fuel cost ranges for the vehicles in each class so you can see where a given vehicle's fuel economy and cost fall within its class. Combined city and highway MPG estimates are used; these assume you will drive 55% in the city and 45% on the highway. Annual fuel costs assume you travel 15,000 miles each year and fuel costs \$3.71/gallon for regular unleaded gasoline and \$3.96/gallon for premium. Visit [www.fueleconomy.gov](http://www.fueleconomy.gov) to calculate annual fuel cost for a specific vehicle based on your own driving conditions and per-gallon fuel costs.



(Forrás: US Department of Energy 2010, 3. o.)

Ez az adatrendszer alkalmat ad még más feladatok megfogalmazására is. Így pl.: a tanulók elkészíthetik az ábra magyar változatát. A technika iránt érdeklődők példákkel tehetik előbbé a grafikonon szereplő megnevezéseket. Természetesen ezeket a feladatokat csak olyan csoportokban tudjuk megoldani, ahol a tanulók megfelelő szinten tudnak angolul.

- [Itt is lesznek még továbbiak.]

## Kidolgozott példák

Az előző részben éppen, hogy csak felvillantottunk néhány lehetőséget arra, milyen környezeti nevelési tartalmakat, témákat lehet felhasználni a matematikai kompetencia fejlesztésében. Ezek a példák egyáltalán nem voltak kidolgozva, egy oktatási programcsomag fejlesztése során, ha abban alkalmaznánk az itt szereplő ötleteket, még jelentős utánajáráásra, részletezésre lenne szükség. Az ebben a részben szereplő, de persze most már szükségszerűen kevesebb példát viszont részleteiben kidolgoztuk, azokat akár „így egy az egyben” lehet tanítani is. Munkánknak persze megvan az a fogyatékosága, hogy nem, legfeljebb csak részleteiben kipróbált tanítási modulokról van szó, de e projekt keretében (nagyon kevés idő állt rendelkezésre, az anyagi feltételek csak a tanulmányok kidolgozásához voltak elegendőek) nem volt lehetőség korrekt fejlesztési folyamatokat végig vinni. A példák tehát úgy tekintendők, hogy bemutatják, milyen módokon érvényesülhet a környezeti nevelés terén a matematikai kompetenciák fejlesztése. Vagyis inkább ötletadásról, illetve a programok részletesebb kidolgozása egy módjának bemutatásáról van szó.

Három modult írunk le, olyan szerkezetben, amely a hazai oktatási programcsomag fejlesztési gyakorlatban ismert, több példája is létezik (közel áll a sulINova Kht. által készített kompetenciafejlesztő programcsomagok leírásának szerkezetéhez, a Dobbantó program foglalkozásainak leírásához, illetve a HEFOP 2.1. program keretében a pedagógusképzésekben felhasználható programcsomagok fejlesztése során alkalmazott szerkezetéhez).

## 1. modul. Az ingatlanügynök

E modul egy szituációt dolgoz fel, amelyben egy ingatlanügynök szerepébe képzeljük magunkat, és egy ház eladása során egy potenciális vevő különleges kérését kell teljesítenünk. A vevő szeretné tudni, hogy milyen a levegőszennyezettség mértéke azon a helyen, ahol az általa megvásárolandó ház áll.

### Milyen célok eléréséhez járul hozzá?

Matematikai modellalkotás tanulása.

A problémamegoldás alaposabb megismerése.

Annak megértése, hogy a modell nem valamifajta tökéletes leírása a valóságnak.

Annak megértése, hogy a matematikai modell alkalmazása inadaptív eredményeket is hozhat, s ilyen esetben vagy bele kell nyugodnunk, hogy egyelőre nem ismerjük a megoldást, vagy új, alkalmasabb modelleket kell keresni.

Ismeretek szerzése a levegőszennyezettséggel kapcsolatos mérési rendszerről, annak problémáiról.

Koordinátageometriai problémák megfogalmazása, elemi feladatokra való lebontása.

### Igényelt idő

3 tanórát érdemes tervezni, azonban ha csoportmunkában, nyitott végű feladatok kreatív megoldásában már otthonosan mozgó tanulókról van szó, akkor 2 tanóra is elég lehet.

### Felhasználási terület

Középfokú matematikaoktatásban koordinátageometria tanulása során (a leggyakrabban 11. osztály). Környezeti nevelési programon belül, olyan tanulókkal, akik már tanultak koordinátageometriát. A modul alkalmas a koordinátageometria tanulásának bevezetésére is, de akkor több időt kell rá szánni, és alaposabb tervezésre van szükség.

### Háttér

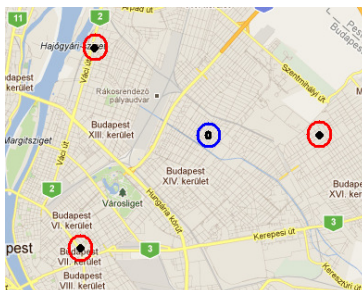
A tanulóknak az lesz a feladatuk, hogy Budapest három pontján (nem esnek egy egyenesbe) mért levegőszennyezettségi adatok segítségével meghatározzák a három pont által adott háromszög lap egy belső pontjában a levegőszennyezettségi adatokat, ha feltételezzük, hogy ezen adatok változása a háromszögön belül (bármely szakaszon) lineáris jellegű. Természetesen itt ez a linearitás a kritikus kérdés. Olyannyira, hogy ez a feladat valójában kudarcos végeredményt hoz, a kidolgozandó matematikai eljárás eredménye nem igazán elfogadható (az egészen konkrét részleteket az „Ajánlott feldolgozási mód” című részben adjuk meg). A „Források, anyagok, eszközök” c. részben megadott weblapon található adatok azt mutatják – és erre a tanulóknak kell rájönniük –, hogy a 18 budapesti mérőállomáson a levegőszennyező anyagok (NO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, szilárd szennyezők) koncentrációja oly mértékben változó mérőállomásról mérőállomásra, hogy nagy valószínűséggel a levegőszennyezettség minden helyen teljes mértékben egyedi, ha nem végzünk ott közvetlen mérést, akkor más pontokon mért adatok segítségével csak nagyon rossz becsléseket tehetünk. Itt azt a megoldást szorgalmazzuk, hogy a linearitást

feltételezve számítjuk ki az adatokat a kérdéses pontra, azonban az adott helyen a valóságos levegőszennyezés oly erősen függhet a helyi viszonyoktól (szennyező források a közelben, növényzet, mikroklíma, uralkodó széljárás, stb.), hogy a matematikai modell alkalmazhatósága erősen megkérdőjelezhető. Ennek a modulnak éppen ez az egyik előnye: modellezi azt az egyébként a valós életben gyakran előforduló helyzetet, hogy tudunk ugyan matematikai modellt kreálni a probléma vizsgálatára, nem is követünk el hibát a modell működtetése során, azonban az eredmény mégsem megfelelő. Ezt nem kudarcként, nem hibaként kell értelmezni, hanem természetes eseményként. A hagyományos matematikaoktatás azonban mindig csak „szép”, „sima” feladatok megoldását kéri, amelyek esetén garantált, hogy van sikeres megoldás, és kudarcként kell elkönnyvelni, ha valaki azt nem találja meg.

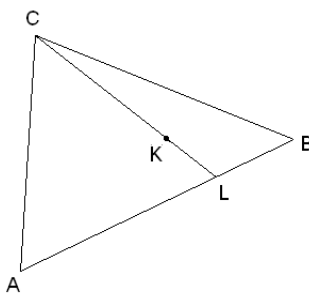
A modulban számítógépes eszközök alkalmazására lesz szükség, meglehetősen intenzíven. A levegőszennyezettségi adatokat az Internetről lehet megszerezni, közben Excel fájlokkal kell dolgozni. Budapest térképre lesz szükség, azon való keresésre, ezért a Google Maps alkalmazásának használata ajánlott. A térképen helyeket kell kijelölni, ezért képernyő másolási feladatok lehetnek, a Paint programmal lehet elvégezni bizonyos feladatokat, így például a számítások során szóba kerülő pontok koordinátáit is meg lehet állapítani e program segítségével. Természetesen lehet más megoldást is alkalmazni (térképmásolat, filctollal való megjelölés, vonalzó hosszúságmérések például), inkább az a fontos, hogy a tanulók határozzák meg önállóan (tanári segítséggel és ajánlásokkal) a módszereket. Természetesen az egyes csoportok más módszerekkel is dolgozhatnak. A számítások végzéséhez is szükség lesz a számítógépre, a leginkább az Excel használata ajánlható.



A feladat lényege a számítás. Ennek kivitelezésére itt csak annyi útmutatást adunk (hiszen a tanárok számára ez nem egy nehéz feladat), hogy lerajzolunk egy ábrát, amely jól szemlélteti a megoldás menetét. Előbb azonban lássuk a pontok elhelyezkedését a térképen:



A háromszög és a vizsgált pont (az ábra kellően magyarázza a jelöléseket):



Jelölje  $s_P$  az éppen vizsgált szennyezettségi mutató értékét a  $P$  pontban (ahol  $P$  az  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $K$ ,  $L$  pontok bármelyike lehet). Nem írjuk le részletesen a levezetéseket, a tanár kollégák számára erre nincs szükség, csak a végeredményt közöljük:

$$s_K = \frac{\overline{CK}}{\overline{CL}} \frac{\overline{AL}}{\overline{AB}} s_B + \frac{\overline{CK}}{\overline{CL}} \left(1 - \frac{\overline{AL}}{\overline{AB}}\right) s_A + \left(1 - \frac{\overline{CK}}{\overline{CL}}\right) s_C,$$

ahol a „fölkötött” jelölések a megfelelő szakaszok hosszát jelentik. A szakaszok hosszának kiszámításához szükségesek a koordinátageometriai módszerek, ezt sem írjuk le, a matematika tanárok számára ez elemi ismeret. Érdemes a számításokat változókkal elvégezni, majd szerkeszteni egy olyan Excel-táblázatot, amelyben az alapadatok beírása után az eredmények már automatikusan adódnak. Így az általános levezetések elvégzése, valamint az Excel táblázat elkészítése után már gyorsan juthatunk nagyon sok adatra épülő feldolgozás eredményéhez.

A számítások eredményei függetlenek a választott koordinátarendszertől, tehát bátran használhatjuk a Paint által adott koordinátákat, vagy azokat, amelyeket saját készítésű rajzon önkényesen (nyilván valamilyen kényelmes módon) kijelölt tengelyek használatával nyerhetünk.

## Ajánlott feldolgozási mód

1. Mindenekelőtt vázoljuk fel a tanulók számára az alapszituációt. Valaki – a szerepet játssza el maga a tanár – meg akar vásárolni egy családi házat Budapesten, Zuglóban, a XIV. kerületben, a Miskolci utca és a Kerékgyártó utca sarkához közel. Ha létrejön a megállapodás, akkor azonnal, a teljes vételárat átutalja, nem kíván alkudni, megfelel számára az eladó által megállapított vételár, azonban van egy fontos feltétele. Tudni akarja, hogy milyen a levegőszennyezettség azon a környéken, ahol az ingatlan található. Közli, hogy ha túlságosan szennyezett a levegő, akkor nem vásárolja meg a házat. Sajnos, azt pontosabban nem határozta meg, hogy mi számára a „túlságosan szennyezett levegő”. Mivel az üzletet egy ingatlanügynök bonyolítja, neki is érdeke, hogy olyan hiteles adatokat prezentáljon a vevő számára, amelyek valamilyen összehasonlításban meggyőzik őt. De még ennek a módját is ki kell találni, azt ugyanis, hogy ha szerzünk is adatokat, milyen összehasonlításokat érdemes majd elvégezni.

A tanulóknak az ingatlanügynök szerepébe kell képzelniük magukat. Az eladó – ezt tudja az ingatlanügynök – nem lenne képes semmilyen adatok szerzésére, vagy számítására, tehát a feladat az ügynökre vár. Valójában a feladat meghatározása csak ennyi, nincs további információ.

2. Osztálymegbeszélés keretében gyűjtsünk ötleteket a megoldáshoz. Alkalmazhatjuk az ötletroham módszerét is. Az a fontos, hogy a tanár a megoldást a meglévő mérőállomások adatainak felhasználása felé terelje. Erre a legjobb mód, ha mint vevő határozottan fogalmazza meg a kérését, hogy neki adatokkal alátámasztott érvelés, összehasonlítás kell, és igazából csak az államilag szervezett szennyezettségi mérések adataiban bízik meg. Az ingatlan közelében azonban nincs mérőállomás.

A megbeszélésen el kellene jutni odáig, hogy a tanulók lássák a feladat lényegét. Kell keresni három olyan, a kérdéses helyhez legközelebb elhelyezkedő mérőállomást, amelyek által meghatározott háromszögön belül helyezkedik el az ingatlan, s e három állomás adatait kellene felhasználni az adott hely adatainak becsléséhez. Saját értékelésünk szerint ezek a címek: (1) VII. Erzsébet krt. 23., (2) XIII. Váci út 172-176., (3) XVI. Centenáriumi st. 22.

E ponton valószínűleg komoly tanári segítségre lesz szükség. Nem könnyű feladat megérteni, hogy mit jelent ez esetben a becslés. Magyarázhat a tanár a következőképpen: képzeljük el, hogy Budapest térképét egy vízszintes lapra lefektettük, és megfelelő mértékegység alkalmazásával e lapra merőlegesen a háromszög három csúcsában egy-egy félegyeneset „húzzunk”, mindegyiket „felfelé”, vagyis az egyik féltérben, és ezekre a félegyenesekre mérjük fel az adott pontban mérhető levegőszennyezettségi mértéknek (valamelyik adatnak) megfelelő hosszát. Így kapunk a térben három új pontot, ezekre illeszthető egy sík, abban a három pont egy újabb háromszöget határoz meg. A kiinduló síkban (Budapest térképe) lévő háromszög bármely belső pontjában a levegőszennyezettség mértéke nem más – ez a modellünk! –, mint az adott pontban a már „használt” féltérbe a síkra húzott merőleges egyenes két eddig szóba került sík közé eső szakaszának a hossza. Készítsünk előre ábrát ehhez a magyarázathoz!

Ez az értelmezés jó esetben „kihúzható” a tanulókból is. A lényeg, hogy mindenki előtt világosan álljon a feladat, illetve az annak megoldására kiokoskodott modell. Lehet, hogy már itt lesznek tanulók, akik felvetik, hogy ez a modell gyenge lábakon áll. Dicsérjük

meg azt a diákot, aki ilyesmit felvet, de kérjük őt, hogy ellenvetéseit most még tartogassa egy kicsit későbbre, amikor nagyon is fontos lesz az, amit mond.

3. Még mindig együttes (frontális) munkával meg kell terveznünk a feladat végrehajtását. Itt sokféle alternatíva lehetséges, elsősorban a tanulók javaslatain alapuljon a munkamenet terve. Csoportokban érdemes majd dolgozni. Érdemes le is jegyezni a feladatmegoldás lépéseit, egy ilyen lista lehet pl. a következő:

- A vizsgált hely megkeresése a térképen.
- A megadott helyhez legközelebbi, háromszöget alkotó három mérőállomás megtalálása (Google Maps alkalmazás használata, a térkép, majd a pontok átvitele a Paint-be, esetleg nem számítógépes eszközök használata – maguk a mérőállomás címek a letölthető Excel adatfájlokban megtalálhatók).
- A négy pont koordinátáinak meghatározása (Paint, vagy a rendelkezésre álló térképen megfelelő koordinátarendszer kijelölése, és mérésekkel a koordináták meghatározása).
- A háromszög három csúcsában a levegőszennyezési adatok kiolvasása. (Itt dönteni kell, hogy hány adattal dolgoznak a csoportok, és miképpen osztják meg a munkát. Indokolt, ha lehet, több anyag koncentrációjával foglalkozni, akár mindegyikkel is, mert egyszerű Excel táblázat készíthető a számításokhoz. Szükség lehet rá, hogy egy adott év (pl. 2010) több napján mért adatokkal is elvégezzük a számítást, hiszen így növelhetjük az eredmények meggyőző erejét. Például választhatunk a négy évszakekből egy-egy napot). A „Források, eszközök, anyagok” című részben megadandó web-címennem is könnyű megtalálni az adatokat, a biztonság kedvéért leírjuk az elérési útvonalat. Maga a cím: <http://www.kvym.hu/olm/index.php>. Itt a felső menüsoron a „MÉRÉSI PONTOK” pontot kell választani, a legördülő menüben a „Manuális mérőhálózat sort, azon belül Budapestet, majd még egyszer Budapestet. Kapunk egy listát, amelyben különböző időintervallumokban elvégzett mérések adatai találhatóak, még hozzá a listában Exce fájlokra mutató linkek vannak. Az Excel fájlokban az oszlopfejlécekben megtaláljuk a mérőállomások helyeit. 2008-ig bezárólag Kén-dioxid, Nitrogén-dioxid, és ÚP (ülepedő por) koncentrációk adatai találhatóak meg, 2008 után már csak a nitrogén-dioxid szennyezéssel foglalkozhatunk. A táblázatok hiányosak (nem mindig volt adat mindegyik mérőállomáson, és használhatatlanok azok az adatok is, amelyek 1 értékűek (sajnos nem derül ki, hogy mit jelölnek az 1-esek). Ez a helyzet egyébként kiváló lehetőség annak megmutatására, hogy matematikai modelljeink elvileg működhetnek kiválóan, azonban nem biztos, hogy rendelkezünk kellő mennyiségű és megfelelő minőségű adatokkal a számításokhoz. E ponton döntéseket kell hozni a felhasználandó adatokra vonatkozóan, ennek a döntésnek semmi köze a matematikához, ismét példázva a matematikai feladatok valós életbeli problémákba való beágyazottságát.
- El kell végezni a számításokat (ld. fent a „Háttér” részben). Hogy a számítás miképpen folyjék, annak kijelölése lehet a kiscsoportok feladata is, ha a tanár bízik benne, hogy viszonylag rövid töprengés után rájönnek a megoldásra. De ha indokolt, akkor még a módszer kitalálása is történhet osztálykeretben.
- A számításokat egyeztetni kell. Szükség lesz az adatok megfelelően áttekinthető sémában – talán legjobb egy megfelelő táblázat – elhelyezésére.

- Ki kell találni, hogy milyen összehasonlításokat érdemes majd megfogalmazni. Ötletek: (1) a kapott adatok összevetése Budapest leginkább- és legkevésbé szennyezett pontjainak adataival, (2) a kapott adatok összehasonlítása a budapesti mérőállomások adatainak átlagaival, (3) az adatok összehasonlítása az egészségügyi határértékekkel, de persze ehhez utána kell nézni ezeknek az értékeknek.
- Annak megvitatása, hogy miképpen értékelhető a kapott eredmény.

4. A munka kivitelezése következhet ezután. Nyilván ez a rész igényli a leghosszabb időt. A tanár segítsen a csoportoknak, de azok alapvetően önállóan oldják meg a feladataikat.

5. E modul talán legfontosabb része a vége. Ugyanis meg kell beszélnünk – és itt is frontális munkát javasolunk – az eredmények megbízható voltát. Az a kérdés, hogy a kapott adatok mennyire felelhetnek meg a vizsgált időpontokban, a vizsgált helyen valóban jellemző adatoknak. Nagy valószínűséggel kevésbé. De jó lenne, ha erre maguk a gyerekek jönnének rá. A helyzetet érzékeltethetjük úgy is, hogy amikor képzeletben a vízszintesen elhelyezett Budapest térkép minden egyes pontjában állított, e síkra merőleges félegyenesre felmérjük a megfelelő szennyezettségi mutatónak megfelelő hosszát, akkor a kapott pontok egy ugyan folytonos felületet alkotnak, de „nagyon dimbesdombos” ez a felület, és a kijelölt háromszög fölötti része sem sík igen nagy valószínűséggel. Valójában fogalmunk sincs, hogy milyen „valódi” levegőszennyezettségi mértékek lehettek jellemzők a Miskolci utca és a Kerékgyártó utca sarkán a megadott időpontokban. A vevő (a tanár) foglaljon állást úgy, hogy számára az adatok nem meggyőzők. Lelke rajta, végül is ő kérte, hogy a mérőállomások adatain alapuljon az érvelés, azok alapján ennél jobb eredmény produkálása lehetetlen.

Vonjuk le a „kudarcunkból” a következtetéseket (valójában nincs kudarcról szó, hiszen ha az ember minden sikertelen próbálkozását súlyos kudarcként értékelte volna, akkor az emberiség már régen kihalt volna a depresszió okozta betegségek következtében ☺). A matematikai modellek csak bizonyos, nem a matematikából következő feltételezésekkel működnek, önmagukban helyesen, azonban a gyakorlati célok szempontjából nem feltétlenül adaptívan.

### Kiegészítés

Érdemes foglalkozni azzal a kérdéssel, hogy mi lehet az oka annak, hogy egymáshoz viszonylag közel elhelyezkedő pontokon nagyon különböző légszennyezettségi értékek adódhatnak ugyanazon időpontokban mérve. Erről a weblapról szerezhető adatok könnyen meggyőzhetnek bennünket.

### Források, anyagok, eszközök

A feladatok végrehajtásához a leginkább ajánlott számítógépek (csoportonként egy) használata. Excelre, Paint-re, Internet hozzáférésre van szükség. Ha nem számítógép használatával oldjuk meg a feladatot, akkor viszonylag nagy méretű Budapest térképekre lesz szükségünk, jelölő eszközökre, megfelelő hosszúságú, mérésre is alkalmas vonalzóra. Utóbbi esetben szükség lesz a levegőszennyezettségi adatokra is, ezeket a foglalkozásokat megelőzően a tanárnak kell biztosítania.

A légszennyezettségi adatok megtalálhatók a következő címen:  
<http://www.kvvm.hu/olm/index.php>.

### Értékelés

A foglalkozások végén nincs szükség szummatív jellegű értékelésre (a kordinátageometriai rész végén ilyen biztosan szerepel majd, mondjuk egy teszt vagy egy témazáró dolgozat formájában). Viszont fontos céljaink voltak a matematikai kompetenciák fejlesztése szempontjából, ezek teljesülésére mindenképpen vissza kell térnünk. Többféle forma alkalmazása elképzelhető:

- A tanár szöveges módon, lehetővé téve a tanulók reagálását, értékelheti, hogy milyennek látta a csoport, az egyes kiscsoportok és az egyének viszonyulását ehhez a ma még a legtöbb iskolában szokatlan helyzethez. El tudták-e fogadni, hogy bizonytalan meghatározású (ill-structured) feladatról van szó, hogy több kétértelműség jellemezte azt, hogy nem kaptunk megnyugtató eredményt, sőt, e próbálkozás valójában sikertelen volt? Nagyon fontos, hogy kiemeljük, hogy a tanulók éppen ezzel tanultak (ahogy azt már föntebb jellemeztük).
- Ugyanezt a tartalmat egy nyitottabb, a tanulók hozzászólásaira épülő megbeszélés keretében is feldolgozhatjuk.
- Szintén e tartalommal előbb a kiscsoportok beszéljék meg a viszonyulásukat a feladat sajátosságaihoz, majd az osztály egésze beszélje azt meg.
- Kérhetünk a tanulóktól egy rövid írásos reflexiót úgy, hogy megkérjük őket, egy papírlapra írják le, hogy „E tevékenység során megtanultam, hogy ...”, és írjanak 1-3 olyan „valamit”, amiről azt gondolják, hogy e foglalkozásokon újat jelentett számukra, és azzal kapcsolatban tanultak is valamit. Utána az osztálymegbeszélésen hangosan is olvassanak fel a tanulók néhányat (de az összeset szedje be a tanár, és a következő alkalommal feltétlenül térjen vissza rá röviden), és itt is legyen megbeszélés.



## 2. modul: Amerikai mértékegységek

Ez a modul egy rendkívül egyszerű feladatot tartalmaz, hasonlít a hagyományos matematikaoktatásban leggyakrabban szereplő, zárt végű, egyetlen megoldáshoz köthető feladatokhoz. Az Egyesült Államokban számos területen használnak nem metrikus mértékegységeket (nem az SI mértékegységrendszerhez tartozókat), és ez a környezeti témák tárgyalása során is jellemző eljárás. A gépkocsik fogyasztásának jelzésére használt MPG mértékegységgel kapcsolatos a modulban leírt egyszerű feladat.

### Milyen célok eléréséhez járul hozzá?

A mértékegységekkel kapcsolatos (átváltási, becslési) műveletek tanulása.

A környezeti jelenségeket leíró, a technikában (a gépkocsik fogyasztásának jellemzése során) használt mértékegységek használatának megtanulása.

Grafikonok szerkesztése.

Függvények felírása, használatuk konkrét számításokra.

Táblázatok adatainak értelmezése, szokatlan jelenségek észrevétele.

### Igényelt idő

Egy tanórának csak egy része.

### Felhasználási terület

Mértékegységekkel, mértékegységek átváltásával, függvényekkel, azok ábrázolásával és segítségükkel való számításokkal foglalkozó részek tanítása során a matematika tantárgyban. A környezeti nevelésben az energia felhasználásának tárgyalása során.

### Háttér

Valóban nagyon egyszerű feladatról van szó, bár némi „furfang” megbújik benne. Magyarországon a gépkocsik fogyasztását liter/100 km egységben adják meg, vagyis azt a számot, hogy hány liter üzemanyagot fogyaszt a gépjármű 100 km megtétele során. Természetesen ez sem egyértelmű, hiszen nem mindegy, hogy milyen úton, milyen állapotban, milyen sebességgel teszi meg azt az utat a gépjármű, ezért a gyári adatokat mindig valamilyen modellhelyzetre adják meg (pl. külön az átlagos városi és az országúti fogyasztást, vagy 45 km városi, plusz 55 km országúti közlekedésre), vagyis egyfajta, a szokásos használatra jellemző „átlagot” (inkább: egyfajta középértéket) határoznak meg. Az Egyesült Államokban más a módszer, és nem csak a mértékegységek eltérő volta miatt (és ezt kellene felfedezniük a tanulóknak). Ugyanis azt adják meg, hogy hány mérföldet tesz meg a jármű egy gallon üzemanyag felhasználásával. Innen van az MPG rövidítés, vagyis „miles per gallon”, „méröld per gallon”. Amire rá kellene jönni, az az, hogy a liter/100 km, és a MPG nem ugyanannak a mennyiségnek a mértékegységei. Pontatlanul fogalmazva: e mennyiségek egymás reciprokai. A fogyasztás liter/100 km mértékegységben annál kedvezőbb, annál takarékosabb, minél kisebb az érték. MPG-ben viszont annál jobb a helyzet, minél nagyobb a szám. Éppen ezért ha az Egyesült Államokban járunk, és szükségünk van fogyasztási adatok megítélésre (pl.

személygépkocsit kölcsönzünk hosszabb útra), akkor nagyon óvatosan kell eljárunk. (Miközben persze tudjuk, hogy keveseket „fenyeget az a veszély”, hogy az Egyesült Államokban kell bérelniük személygépkocsit.)

Szükséges ismeret a feladat megoldásához, hogy 1 mérföld  $\approx$  1609 m, 1 gallon  $\approx$  4,4 liter.

### Ajánlott feldolgozási mód

1. Kapja meg minden tanuló a lesokszorosított munkalapot! (Ld. Melléklet)

2. A munkalapon szereplő feladat azt igényli a tanulóktól, hogy egy konkrét esetben határozzák meg az MPG-ben megadott fogyasztást liter/100 km-ben, majd általában adják meg az összefüggést ( $y = 273,5/x$ , ha  $y$  a fogyasztás mértéke liter/100 km-ben, és  $x$  MPG-ben) a kétféle mérőszám között, és ezt az összefüggést (az azt kifejező függvény grafikonját) ábrázolják egy derékszögű koordinátarendszerben. A munkalap még azt is kéri a tanulóktól, hogy egy a US Department of Energy (2010) által készített kiadványban szereplő táblázat adatait értelmezzék. Ha a tanulók nem mindegyike tanul angolul, akkor e ponton tegyük lehetővé a csoportmunkát. Hagyjuk ki ezt a feladatrészt, ha senki nem tanul angolul, vagy csak nagyon kevesen.

3. A tanár segítse a munkát.

4. Ha mindenki végzett a feladattal, akkor egy rövid megbeszélésben lehet egyeztetni az eredményeket, közösen levonni a tanulságokat. Ez utóbbiban a „Háttér” című részben megadott megfontolások a fontosak.

### Kiegészítés

1. Készítsünk táblázatot Magyarországon kapható személyautók fogyasztási adatairól mindkét mértékegységet használva! Hasonlítsuk össze ezeket az Egyesült Államokból származó adatokkal! A forrás:

<http://www.fueleconomy.gov/feg/pdfs/guides/FEG2010.pdf>

2. Keressünk más különleges mértékegységeket, amelyeket az Egyesült Államokban, vagy akár bármely más országban használnak. Készítsünk ezekről ismertető táblát az érdekességek bemutatásával.

### Források, eszközök, anyagok

A mellékletben található munkalap. Számológép, vagy számítógép Excel programmal). Az 1. kiegészítés megvalósítása esetén legalább egy számítógép Internet kapcsolattal.

A használt forrás: <http://www.fueleconomy.gov/feg/pdfs/guides/FEG2010.pdf>

### Értékelés

A tanulók ne kapjanak osztályzatot a feladat megoldására. Csak egy rövid tanári értékelés szükséges a tevékenység végén. A tanár hívja fel a figyelmet az ügyes megoldásokra és a tipikusan elkövetett hibákra.

## Melléklet

### Munkalap

Az Egyesült Államokban a gépjárművek üzemanyag fogyasztását nem úgy adják meg, mint nálunk. Nálunk úgy jellemzik, hogy például egy személygépkocsi mennyi benzint (vagy diesel olajat) fogyaszt, hogy megadják hány liter üzemanyag szükséges 100 km-es út megtételéhez. Vagyis mi a liter/100 km mértékegységet használjuk. Az Egyesült Államokban az MPG mértékegység terjedt el. Ez a „miles per gallon” rövidítése (mér föld per gallon), és az előtte szereplő szám azt jelenti, hogy 1 gallon üzemanyaggal hány mér földet tud megtenni a jármű. Tudnod kell, hogy a mér föld egy hosszúság mértékegység, és 1 mér föld  $\approx$  1609 m. A gallon térfogat mértékegység, és 1 gallon  $\approx$  4,4 liter. Négy feladatod lesz:

1. Számítsd ki, hogy hány liter üzemanyagot fogyaszt az a személygépkocsi 100 km-en, amelynek az Egyesült Államokban 35 MPG-nek adták meg a fogyasztását!
2. Általában hogyan lehetne megadni, hogy ha  $y$  a fogyasztás mértéke liter/100 km-ben, és  $x$  MPG-ben, akkor hogyan kell kiszámolni  $y$ -t  $x$ -ből? Vagyis határozd meg az  $y$ -nak  $x$ -től való függését meghatározó függvényt.
3. Ábrázold is az  $f: x \rightarrow y$  függvényt egy derékszögű koordinátarendszerben! (Vigyázz a koordinátatengelyeken az egységek felvételekorr!)
4. (Ezt a feladatot csak akkor oldd meg egyedül, ha tanulsz angolul.) Alább látsz egy az Egyesült Államokban megjelent kiadványból egy táblázatot. Értelmezd az ebben található adatokat! Látsz valami furcsát ebben a táblázatban? Milyen érdekességet rejtenek az éves költségekre vonatkozó adatok?

**Sample Vehicle Listing**  
(Not Actual Data)

Manufacturer	Model	Trans Type / Speeds	Eng Size / Cylinders	MPG City / Hwy	Annual Fuel Cost	Notes
<b>MINI</b>						
	Clubman S	M-6	1.6/4	26/34	\$1,449	P T
		A-S6	1.6/4	24/32	\$1,554	P T
<b>PONTIAC</b>						
	G5	A-4	2.2/4	24/33	\$1,443	
		M-5	2.2/4	25/35	\$1,346	
	G5 GT	M-5	2.2/4	23/32	\$1,502	
		A-4	2.2/4	25/35	\$1,346	
<b>TOYOTA</b>						
	Yaris	A-4	1.5/4	29/35	\$1,260	
		M-5	1.5/4	29/36	\$1,217	
<b>MIDSIZE CARS</b>						
<b>CHEVROLET</b>						
	Malibu	A-4	2.4/4	22/30	\$1,560	
		A-S6	2.4/4	22/33	\$1,502	
	Malibu FFV	A-4	2.4/4	16/23	\$1,751	E85
				22/30	\$1,560	Gas

**Additional information to help further identify the vehicle (e.g., engine and fuel system info) along with other useful information about taxes, required fuel grade, etc.**  
EXAMPLE:  
P=Premium Gasoline  
T=Turbocharger

**EPA city & highway MPG estimates**  
EXAMPLE: 27 MPG city, 33 MPG highway

**Vehicle Class**  
Estimated annual fuel cost, assuming 15,000 miles of travel a year (55% city and 45% highway) and an average fuel price

**Flexible fuel vehicles (FFVs) can run on gasoline or E85 (a mixture of 85% ethanol & 15% gasoline)**

**Manufacturer**  
**Model**  
The most fuel-efficient automatic and manual vehicles per class are listed in black boldface type and marked with a black pointer

Alternative fuel vehicles are highlighted by a green bar, and those that can use two kinds of fuel, such as flexible fuel vehicles, have an entry for each fuel type

Transmission information: type (A=automatic, A-S=automatic transmission-select shift, AV=continuously variable transmission, M=manual, etc.) followed by number of gears or speeds

Engine size (in liters) followed by number of cylinders. EXAMPLE: 2.4-liter, 4-cylinder engine

### 3. modul: Natura 2000

Ebben a modulban a tanulók statisztikai számítások segítségével ismerkednek a Natura 2000 területekkel, természetvédelemben játszott jelentős szerepükkel.

#### Milyen célok eléréséhez járul hozzá?

Leíró statisztikai alapfogalmak ismerete, ezekkel kapcsolatos megfontolások, számítások elvégezni tudása.

Adatok érthető, logikus, a jellemző jelenség bemutatására valóban alkalmas ábrázolása táblázatokkal és grafikonokkal.

A Natura 2000 területekkel kapcsolatos bizonyos ismeretek elsajátítása.

A biodiverzitás megőrzése melletti elköteleződés formálódása.

#### Igényelt idő

4 tanóra.

#### Felhasználási terület

Középfokú matematika oktatás, statisztika témakör, vagy környezeti neveléshez köthető foglalkozások (pl. szakkör, önképzőkör). A modul kis átalakítással a biológia tantárgy keretei között is használható.

#### Háttér

A tanulmánysorozat főtanulmányában vázoltuk a Natura 2000 területekkel kapcsolatos főbb ismereteket. A tevékenységek ebben a modulban statisztikai vizsgálatokat igényelnek majd, amelyekhez szükséges ismeretek nem mennek túl a minden középfokú tanintézetben tanított, általános leíró statisztikai ismereteken.

A munka során a tanulók csoportokban dolgozva különböző, a Natura 2000 területekkel kapcsolatos statisztikai feladatokat oldanak meg. Ezek között lesz grafikonkészítés, adatok keresése, a megtalált adatok segítségével összefüggés keresése, átlagszámítás, szórás számítás.

Fontos, hogy ezt a modult csak akkor használhatja a tanár, ha egyrészt maga tud (túrhatóan olvasni) angolul, vagy franciául, vagy lengyelül, vagy németül, vagy olaszul, vagy spanyolul, illetve a tanulók között is van 6-8 olyan diák, akik e nyelvek valamelyikével elboldogulnak. A munkához szükséges fő internetes források (az Európai Bizottság által kiadott Natura 2000 című folyóirat számai) ugyanis e nyelveken olvashatók.

#### Ajánlott feldolgozási mód

1. Bízunk meg három tanulót azzal, hogy készüljenek fel a Natura 2000 területekkel kapcsolatos fontos ismereteknek a többiek számára való bemutatására. A tanulók kapjanak legalább két hetet erre a feladatra, és kérjük őket (s ha lehet, közben ennek teljesülését ellenőrizzük is), hogy elsősorban a következőknek járjanak utána:

- Mit jelent a Natura 2000 terület fogalma, és mi a jelentősége?



- Milyen szabályozás van a Natura 2000 területekkel kapcsolatban az Európai Unióban és Magyarországon?
- Hogyan kapcsolódik össze az általános természetvédelem, a fajok védelme és a madárvédelem a Natura 2000 területekkel végzett tevékenységekben? (Itt az EU-ban a természetvédelem szabályozásának történetét érdemes áttekinteni.)
- Hogyan lehet gazdálkodni a Natura 2000 területeken?

A három tanuló elsősorban az Internetet használja forrásként, és bár nagyon jó magyar nyelvű források is vannak, de nem árt, ha inkább angolul viszonylag jól olvasó tanulók vállalkoznak a feladatra.

2. A három tanuló a bevezető órán ismerteti kutakodásuk eredményét, ehhez PPT bemutatót, valamint egy információs táblát készítenek. Az információs táblán olyan információk legyenek, amelyeket később is használhatnak majd a csoportok. A kiselőadásra 20-30 percet érdemes fordítani.

3. A kiselőadást követően az információs tábla kerüljön ki az osztály falára, és maradjon is ott a munka befejezéséig. A tanóra hátralévő perceiben (ha maradt még idő) beszéljük meg az egész osztállyal azt a kérdést, hogy miért lehet vajon fontos egyrészt maga a természetvédelem, illetve miért fontos annak európai szintű egységesítése (legalábbis bizonyos mértékű egységesítése). A biodiverzitás fogalma mindenképpen kerüljön elő, bár már a kiselőadás sem nagyon tudja megkerülni.

Ugyanezen az órán történjen meg még az ezután következő feladatok megbeszélése, csoportok alakítása. A Mellékletben megadott munkalapokon szereplő tevékenységeket (csak három munkalap van) több csoport is végezheti az alakítandó csoportok számától függően. 3-5 fős csoportok alakítása indokolt.

4. A bevezetést követő tanórán kezdődhet a csoportok munkája.

- Az első munkalapon olyan feladatokat találunk, amelyek egyrészt az Európai Unió egészére vonatkoznak a Natura 2000 területekkel kapcsolatban, másrészt az Unió tagországainak bizonyos szempontokból történő összehasonlítása, és esetleg bizonyos összefüggések meglátása a feladat. Lehet olyan szakasza a munkának (ha az ötlet felvetődik a tanulóknak, vagy a tanár „bedobja” az ötletet), amikor az 1. munkalappal dolgozó csoportnak a 3. munkalaposokhoz kell fordulnia, mert a tanulók onnan érdekes adatokat kaphatnak a saját munkájukhoz. Megjegyezzük, hogy az egyes országokra jellemző Natura 2000 földterület nagyságok vizsgálhatók összevetve az ország teljes területének nagyságával, a lakosság nagyságával, a teljes GDP-vel, a környezetvédelemre fordított állami kiadások nagyságával, az adott országban élő védett fajok számával, hogy csak néhány ötletet adjunk. E vizsgálódások elvezethetnek oda, hogy hozzávetőleges kép formálódjon arról, mi is határozza meg nagy vonalakban, hogy az országok mekkora földterületet jelölnek ki Natura 2000 területnek. Természetesen nagy valószínűséggel igen fontos hatótényező maga a politika, az, hogy konkrétan az országokban milyen döntési folyamatok milyen végeredménnyel jártak.
- A második munkalap szintén az országokra vonatkozó adatokat használja, de itt a Natura 2000 mozgalom kialakulásának kezdetétől eltelt idő fejlődési folyamataival



kellene foglalkozni. Itt racionális döntésre lesz szükség azzal kapcsolatban, hogy a csoport meddig visszamenőleg használ fel adatokat, vagy/és mely országokkal foglalkozik. E döntést segítse a tanár, nyilván befolyásoló szerepe van a tanulók számítógépes készségeinek, valamint a rendelkezésre álló gépek számának.

- A harmadik munkalap által irányított tevékenység a leginkább nyitott (bár a másik kettő sem különösebben kötött, vagy zárt). Itt a tanulóknak a védett fajok- és a védett területek számával kapcsolatos adatokat kell keresniük, azokból jól érthető, táblázatokkal és főleg ábrákkal, grafikonokkal illusztrált ismertetést készíteni.

A pedagógus feladata természetesen a munka segítése. A tevékenységek meglehetősen nyitottak, jelentős önállóság kell a munkához, ezért a csoportok esetleg elakadhatnak, nem tudják folytatni a tevékenységet. Ekkor elsősorban információnyújtással segíthetünk, vagyis a feladatok szakmai tartalmát illetően (különösen a nem matematikai területeken) fel kell készülnie a tanárnak. Ehhez a leírásban is sok segítséget megadunk, de nem árt előtte a fontosabb Natura 2000 szakirodalmat áttekinteni. A csoportmunkára szánt idő két tanóra.

5. A tájékozódás befejezése után egy tanóra legyen az eredmények bemutatása. Osszuk el a rendelkezésre álló időt a csoportok között egyenletesen, de gondoljunk az értékelésre is, amire az óra végén 5-8 perc elegendő.

### Kiegészítések

1. A tevékenységet felhasználhatjuk a Pearson-féle korrelációs együttható fogalmának megismerésére, és ilyen együtthatók számítására, értékelésére. Az országokhoz rendelt feladatok végzése során több adat is rendelkezésre áll majd, ezek nagy többségükben arányváltozók adatai, tehát a korrelációszámításnak nincs akadálya.

2. Nagyon érdekes kiegészítés lehet a munka kiterjesztése több, egymással hálózati kapcsolatban álló osztályra, vagy akár iskolára. A Natura 2000 területekkel kapcsolatos statisztikai adatoknak a három munkalapon található feladatokra alapozott, sok szempontot használó elemzése meglehetősen nagy adatbázis kezelését igényli. Ha sok résztvevő oszthatja meg a munkát, akkor nagyon érdekes eredményeket kaphatunk, és egyszerű tanulási folyamat alakulhat ki mind a környezeti nevelés, mind a matematikai kompetenciafejlesztés számára, de a tanulók idegen nyelvi-, valamint informatikai készségeinek fejlesztéséhez is jelentős mértékben hozzájárulhat a tevékenység.

### Források, eszközök, anyagok

A tevékenység során számítógépekre lesz szükség (csoportonként legalább egy kell, de nem árt, ha számítógépteremben tartjuk az órákat, és minden tanuló odaülhet egy géphez, vagy párosával tudnak dolgozni). Különösen a második munkalappal dolgozó csoportok esetében nagy a számítógépigény.

A kiselőadáshoz és a beszámolókhöz projektorra is szükség van. A kiselőadásokhoz biztosítsunk a három tanuló számára anyagokat, eszközöket (papír, filctollak, ragasztó, olló, stb.), illetve nyomtatási lehetőséget az információs tábla elkészítéséhez.

Lehet ugyan más forrásokat is találni szép számmal, de a legtöbb információ a Natura 2000 „mozgalom” „hivatalos” lapjában található meg, ennek minden száma megtekinthető a

[http://ec.europa.eu/environment/nature/info/pubs/natura2000nl\\_en.htm](http://ec.europa.eu/environment/nature/info/pubs/natura2000nl_en.htm)

lapon, a „Háttér” című részben megadott nyelveken. Eddig 30 száma jelent meg e folyóiratnak, közben (ahogy az EU is) átalakult. A legelejétől (1998) megtalálhatók azonban a Natura 2000 területekre vonatkozó országokénti adatok. Ezek a mindegyik folyóiratszámában megjelenő „Natura Barometer” táblázatokban szerepelnek.

Még egy fontos, különösen az 1. munkalap feladataihoz jól használható web-oldalt adunk meg, az Eurostat oldalát:

[http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/search\\_database](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/search_database)

## Értékelés

Ismét egy rendkívül nyitott feladat végrehajtásban vettek részt a tanulók, érdemes az ötletességüket, önállóságukat, a csoportmunkában való részvételük hatékonyságát állítani ismét az értékelés középpontjába. Itt sincs szükség osztályozásra. Az értékelő megbeszélésben a tanár feltehet kérdéseket a tanulóknak, amivel egyfajta reflexiót alakíthat ki:

- Mi volt a véleményük a tanulóknak arról, hogy a feladatok nem voltak – az egyébként általában megszokott módon – rögzítettek, sok múlott az önállóságon?
- Sikerült-e megérteni abból valamit, hogy mi a Natura 2000 területekhez kötődő Európai Unió tévkenység lényege, haszna? Mit tudnak erről mondani maguk a tanulók?
- Sorolják fel maguk a tanulók, hogy mik voltak azok a matematikai (statisztikai) fogalmak és műveletek, amelyeket a feladatok megoldása során alkalmaztak. Hogy értékelik, sikerült-e jobban megérteni, hogy mi ezeknek a lényege, miért érdemes a számításokat elvégezni?
- Segített-e a munkában az, hogy csoportokban dolgoztak, milyennek ítélik a csoporton belüli munkamegosztást, a munkavégzés színvonalát?

## Mellékletek

### 1. Munkalap

Társaitok kiselőadásából már megtudhattátok, mit jelent a Natura 2000 területek fogalma. Csoportotoknak most e területekkel kapcsolatban kell néhány matematikai jellegű, a statisztikai számítások közé sorolható feladatot megoldani. A megoldások során azonban szükség lesz az Interneten való tájékozódni tudásotokra, nyelvtudásra, és egy adag ötletességre is.

1. A Natura 2000 területekkel kapcsolatos tájékoztatás érdekében az Európai Bizottság alapított egy folyóiratot, a címe „Natura 2000” (talán nem meglepő). Az Unió minden tagállamában vannak Natura 2000 területek. A folyóiratban – minden számban – tudósítanak arról, hogy e területek nagysága hogyan alakul az egyes országokban. Keressétek meg ezt a folyóiratot az Interneten, és keressétek meg a legfrissebb adatokat! Vigyázzatok, többféle adat is rendelkezésre áll. Az értelmezéshez, s az azzal kapcsolatos döntéshez, hogy ti mit használtok, szükségetek lesz a társaitok által elmondottakra.

2. Most már tudjátok, hogy milyen területi adatok állnak rendelkezésre. Vajon önmagukban a  $\text{km}^2$ -ekben kifejezett területmértékek alapján összehasonlíthatók egymással az országok? Sokat mond például az, hogy 2011-ben Svédországban a Natura 2000 területek nagysága 3,25-szor nagyobb volt, mint Magyarországon? Hogyan lehetne az országok összehasonlítását, akár többféle módon is elvégezni? Ehhez szükségetek lesz az Európai Unió tagországainak más adataira is, ezek beszerzéséhez az Eurostat internetes adatbázist ajánljuk.

De egyáltalán! Mi értelme van az ilyen összehasonlításoknak? Figyeljete fel arra, hogy már a Natura 2000 folyóirat Natura barométereinek adatai közt is vannak olyanok, amelyek összehasonlításra alkalmasabbak, mint az egyszerű területmértékek.

Képzeljétek el, hogy az Európai Bizottság ellenőrizni akarja a Natura 2000 területekkel kapcsolatos szabályozásának érvényesülését, és szeretné megtudni, vajon mely országok azok, amelyeket egy kicsit „noszogatni” kell e téren! A Bizottság tőletek kér javaslatot: hogyan kellene megállapítani, mely országok azok, amelyek többet tehetnének ebben a ügyben. Alakítsatok ki álláspontot, végezzétek el a megfelelő számításokat, és álláspontotok alátámasztásához készítsetek jó magyarázó ábrákat!

3. Tegyük fel, hogy a Bizottság azt is tudni szeretné, hogy miképpen lehetne jellemezni átlagosan és összesített módon az európai teljesítményt a Natura 2000 területek nagyságának alakulásával kapcsolatban. Mit ajánljunk a Bizottságnak?

## 2. Munkalap

Társaitok kiselőadásából már megtudhattátok, mit jelent a Natura 2000 területek fogalma. Csoportotoknak most e területekkel kapcsolatban kell néhány matematikai jellegű, a statisztikai számítások közé sorolható feladatot megoldani. A megoldások során azonban szükség lesz az Interneten való tájékozódni tudásotokra, nyelvtudásra, és egy adag ötletességre is.

1. A Natura 2000 területekkel kapcsolatos tájékoztatás érdekében az Európai Bizottság alapított egy folyóiratot, a címe „Natura 2000” (talán nem meglepő). Az Unió minden tagállamában vannak Natura 2000 területek. A folyóiratban – minden számban – tudósítanak arról, hogy e területek nagysága hogyan alakul az egyes országokban. Keressétek meg ezt a folyóiratot az Interneten! Vigyázzatok, többféle adat is rendelkezésre áll. Az értelmezéshez, s az azzal kapcsolatos döntéshez, hogy ti mit használtok, szükségetek lesz a társaitok által elmondottakra.

2. A csoportfeladat alapvetően a Natura 2000 területek nagysága alakulásának jellemzése lesz, ebből a szempontból az országok összehasonlítása. Hogyan alakult az egyes országokban a Natura 2000 területek nagyságának növekedése az évek során? Egyenletes volt? Vagy a növekedés mértéke egyre nőtt? Esetleg csökkent?

Rendelkezősekre állnak hosszú időre (1998-ig) visszamenően adatok. Persze nehogy abba a hibába essetek, hogy túl nagy feladat elé állítjátok magatokat. Korlátozzátok, hogy mely időpontig visszamenőleg végeztek vizsgálatot! Esetleg úgy tegyétek racionálisabbá a munkát, hogy csak bizonyos országokat vizsgáltok! Ez esetben próbáljátok meg egy-két olyan országot vizsgálni, amelyekben különleges, érdekes jelenségek voltak tapasztalhatók a fejlődésben! Magyarország természetesen mindenképpen legyen ott a vizsgált országok között.

3. Mi befolyásolhatta vajon a folyamatokat? Mi magyarázhatta vajon a növekedés megugrásait, vagy lelassulásait? Próbáljátok meg ilyen hatásokat elképzelni, és tegyetek rá kísérletet, hogy az így kialakított hipotéziseket alátámasszátok, vagy elvesseétek!

### 3. Munkalap

Társaitok kiselőadásából már megtudhattátok, mit jelent a Natura 2000 területek fogalma. Csoportotoknak most e területekkel kapcsolatban kell néhány matematikai jellegű, a statisztikai számítások közé sorolható feladatot megoldani. A megoldások során azonban szükség lesz az Interneten való tájékozódni tudásotokra, nyelvtudásra, és egy adag ötletességre is.

Csoportotok feladata csak nagyon kevésé meghatározott, nektek magatoknak kell majd kitalálni a részleteket. Képzeljétek el, hogy egy szakértői bizottságot alkottok! Az Európai Bizottság kért fel benneteket, hogy segítsetek eligazodni az adatrengetegben a Natura 2000 területeken védett fajokkal, illetve magukkal a területekkel kapcsolatban. A Bizottság tagjai nem biológusok, értelmetlen feladat lenne számukra a fajok országonkénti számával kapcsolatos, latin kifejezésekkel teletűzdelt, nehezen áttekinthető táblázatok böngészése.

Segítsünk nekik! Próbáljunk meg készíteni ábrákkal segített tájékoztatót arról, hogy hogyan alakulnak az európai országokban (az Unió tagállamaiban) a védett fajokra, és a védelem alá vont területekre (azok számára) vonatkozó adatok.

A feladat meghatározása csak ennyi. Minden más rajtatok múlik.



## Hivatkozott szakirodalom

- Boaler, J. 1993. The Role of Contexts in the Mathematics Classroom: Do They Make Mathematics More „Real”? *For the Learning Mathematics*, 13(2), 12-17. Az Interneten 2011. augusztus 7-én: <http://flm.educ.ualberta.ca/FLMBoaler.pdf>
- Clarkson, P. 2010. Mathematics and the water in the garden: Weaving mathematics into the students' lived environment. *Australian Primary Mathematics Classroom* 15(1) 11-14. Az Interneten 2011. augusztus 7-én: <http://www.eric.ed.gov/PDFS/EJ885815.pdf>
- Lave, J. 1988. *Cognition in practice*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Nahalka István 2002. *Hogyan alakul ki a tudás a gyerekekben? Konstruktivizmus és pedagógia*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- Németh András 1996. *A reformpedagógia múltja és jelene*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- US Department of Energy 2010. *Fuel Economy Guide 2010*. US Department of Energy, U.S. Environmental Protection Agency, Washington D.C. 2. o. Az Interneten 2011. augusztus 7-én: <http://www.fueleconomy.gov/feg/pdfs/guides/FEG2010.pdf>